

Jedna z sieci, *generator* (G), próbuje sprawić, żeby druga, *dyskryminator* (D), błędnie zaklasyfikowała syntetycznie wygenerowane dane jako prawdziwe. Na gruncie teorii gier można określić więc, że etap uczenia GANs polega na poszukiwaniu równowagi Nasha dla dwuosobowej gry ściśle konkurencyjnej (Nash, 1951; Salimans i in., 2016).

W pracy przyjęto następującą konwencję oznaczania zmiennych:

- z – dane wygenerowane pseudolosowo z rozkładu normalnego;
- x – dane pochodzące z rozkładu, którego imitowanie jest celem działania *generatora*, wymiar wektora x jest równy wymiarowi z ;
- $G(z)$ – funkcja *generatora* przyjmująca z ;
- $D(\text{próbka rozkładu})$ – funkcja *dyskryminatora* przyjmująca x albo $G(z)$.

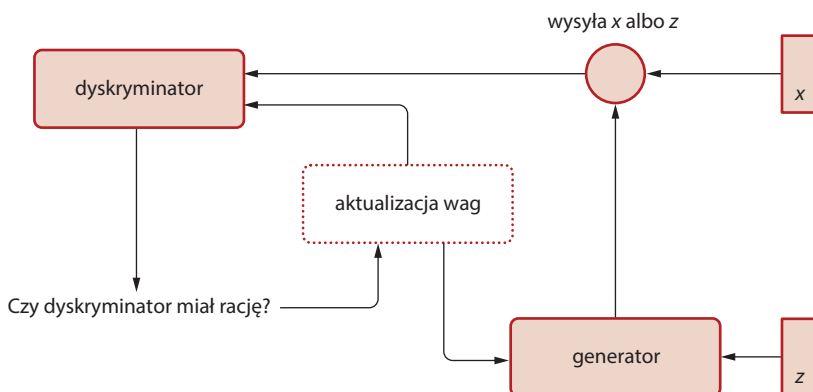
Równanie 1 zostało zapisane na podstawie Goodfellow (2016):

$$\min_G \max_D v(D, G) = \underbrace{\mathbb{E}_{x \sim p_{\text{dane}}} [\log D(x)]}_{(1)} + \underbrace{\mathbb{E}_{x \sim p_{\text{rozklad normalny}}} [\log (1 - D(G(z)))]}_{(2)}$$

Generator jest graczem 1 próbującym imitować rozkład, z którego pochodzi x . *Dyskryminator*, gracz 2, ma za zadanie klasyfikację, czy dane mu przekazane są wynikiem funkcji $G(z)$, czy pochodzą z rozkładu, którego reprezentantem jest x . Jego celem jest maksymalizacja równania 1. Natomiast *generator* dąży do jego minimalizacji (ponieważ chce maksymalizować $D(G(z))$, a więc pomyłki *dyskryminatora*). Składnik 1 równania 1 odnosi się do lepszego rozpoznawania przez *dyskryminator* danych prawdziwych, natomiast składnik 2 odwołuje się do umiejętności *dyskryminatora* do wykrywania danych wytworzonych przez *generator*.

Rysunek 4.20. Uproszczona wizualizacja działania GAN

Źródło: opracowanie własne na podstawie Goodfellow, I. i in. (2014). Generative adversarial nets. w: *Advances in neural information processing systems*. Neural Information Processing Systems Conference, s. 2672–2680.



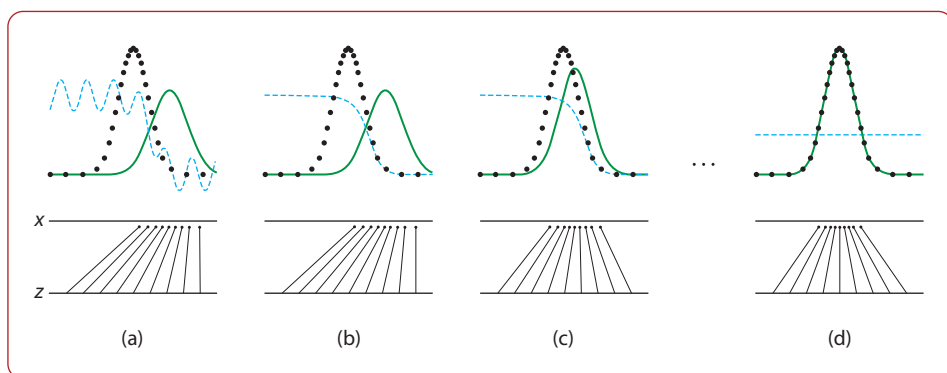
Rysunek 4.20 przedstawia schemat opisanej interakcji. Optymalną funkcję wypłat v można zbiorczo zapisać, na podstawie Goodfellow (2016), jako rozwiązanie równania:

$$v^*(G, D) := \min_G \max_D v(G, D) = \max_D \min_G v(G, D) = \mathbb{E}_{x \sim p_{\text{dane}}} [\log D(x)] + \mathbb{E}_{z \sim p_{\text{rozkład normalny}}} [\log (1 - D(G(z)))].$$

Rysunek 4.21 przedstawia przebieg dostosowania się rozkładu danych wytwarzanych przez *generator* do szukanego rozkładu. GANs są trenowane przez równoczesne dostosowywanie rozkładu dyskryminującego (linia przerywana) dane pochodzące z prawdziwego rozkładu x (linia kropkowana) od danych wygenerowanych $G(z)$ (linia ciągła). Pozioma linia bezpośrednio pod wykresem oznacza fragment dziedziny x . Natomiast poniżej niej oznaczono dziedzinę, z której próbkowane jest z (rozkład normalny). Strzałki pomiędzy liniami symbolizują, jak mapowanie $x = G(z)$ wyklucza rozkład normalny danych generowanych przez generator. G „kurczy się” w obszarach wysokiej gęstości i „rozszerza” w tych o niskiej rozkładu $p_{\text{model}}(z)$. Fragment oznaczony literą a przedstawia sytuację, w której $p_{\text{model}}(z)$ jest już podobny do $p_{\text{dane}}(x)$, a D jest chociaż częściowo skutecznym klasyfikatorem. Kolejny fragment rysunku (b) odnosi się do stanu, w którym we fragmencie $D(x)$ zbiegł do $D(x)$. Gradient $D(x)$ ukierunkował $G(z)$ na poprawę jakości generowanych danych, więc zwiększenie prawdopodobieństwa na ich błędną klasyfikację przez D (c). Celem jest wystąpienie sytuacji, w której $p_{\text{dane}}(x) = p_{\text{model}}(z)$, czyli zarówno *generator*, jak i *dyskryminator* nie mogą się już poprawić. Dodatkowo, *dyskryminator* na tym etapie nie jest w stanie rozróżnić danych pochodzących z obu rozkładów, tj. $D(x) = \frac{1}{2}(d)$.

Rysunek 4.21. Przebieg dostosowania do szukanego rozkładu przez GAN

Źródło: Goodfellow, I. i in. (2014). Generative adversarial nets. w: *Advances in neural information processing systems*, s. 2672–2680.



Rysunek 4.22 przedstawia uproszony algorytm działania GAN.