

Przykłady problemów decyzyjnych

W tym rozdziale omówimy kilka typowych problemów decyzyjnych. Przykład 7.1 dotyczy budowy planu produkcji. Przykład 7.2 to tzw. problem mieszanki, czyli optymalizacji składu produktu. Przykłady 7.3 i 7.4 pokazują zastosowanie w programowaniu liniowym zmiennych całkowitoliczbowych, przykład 7.6 – zmiennych binarnych. Przykład 7.5 to klasyczne zadanie transportowe.

Przykład 7.1

Zakład przetwórstwa owocowego specjalizuje się w produkcji trzech dżemów o symbolach produkcyjnych D1, D2, D3, na które od lat jest olbrzymi popyt. Do ich wytworzenia są używane morele, brzoskwinie i cukier. Tabela 7.1 przedstawia normy zużycia tych składników oraz ceny sprzedaży dżemów. W bieżącym miesiącu zakład ma zagwarantowane dostawy 12 ton moreli, 15 ton brzoskwiń i 25 ton cukru. Celem zakładu jest maksymalizacja przychodu ze sprzedaży wyprodukowanych dżemów.

Tabela 7.1. Dane do przykładu 7.1

Symbol produkcyjny	Zużycie (w kg) składników na 1 kg dżemu			Cena sprzedaży 1 kg dżemu w zł
	morele	brzoskwinie	cukier	
D1	0,5	1	1	10
D2	1	0,5	1	12
D3	2	2	1	15

Aby ustalić optymalny plan produkcji dżemów, definiujemy zmienne decyzyjne:

x_1 – miesięczna wielkość produkcji dżemu D1 (w kg),

x_2 – miesięczna wielkość produkcji dżemu D2 (w kg),

x_3 – miesięczna wielkość produkcji dżemu D3 (w kg).

Funkcja celu oznacza wartość produkcji (czyli spodziewany przychód ze sprzedaży) i ma postać:

$$10x_1 + 12x_2 + 15x_3 \rightarrow \max.$$

Warunki ograniczające są związane z dostawami składników, z których są produkowane dżemy:

- 1) Na każdy kilogram dżemu D1 zużywa się 0,5 kg moreli, a na każdy kilogram D2 i D3 odpowiednio 1 kg i 2 kg. Zakład potrzebuje więc do miesięcznej produkcji $0,5x_1 + x_2 + 2x_3$ kilogramów moreli. Wielkość dostaw to 12 ton, czyli 12 000 kg, zatem pierwszy warunek ograniczający przyjmuje postać:

$$0,5x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12000.$$

Analogicznie konstruujemy warunki dla pozostałych dwóch składników:

- 2) brzoskwinie

$$x_1 + 0,5x_2 + 2x_3 \leq 15000,$$

- 3) cukier

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 25000.$$

Zmienne decyzyjne odnoszą się do wielkości produkcji, więc nie zapominamy o warunkach nieujemności:

- 4) warunek nieujemności pierwszej zmiennej decyzyjnej,

$$x_1 \geq 0,$$

- 5) warunek nieujemności drugiej zmiennej decyzyjnej,

$$x_2 \geq 0,$$

- 6) warunek nieujemności trzeciej zmiennej decyzyjnej,

$$x_3 \geq 0.$$

Po wprowadzeniu danych i rozwiązaniu zadania w dodatku Solver generujemy raport wrażliwości (por. wydruk 7.1).

Wydruk 7.1. Raport wrażliwości w przykładzie 7.1

Komórki zmiennych

Nazwa	Końcowa wartość	Koszt zmniejszony	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
x_1 – wielkość produkcji D1 (w kg)	12000	0	10	14	4
x_2 – wielkość produkcji D2 (w kg)	6000	0	12	8	7
x_3 – wielkość produkcji D3 (w kg)		-14,33333333	15	14,33333333	1E+30

Ograniczenia

Nazwa	Końcowa wartość	Cena dualna	Prawa strona ograniczenia	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
morele LHS	12000	9,333333333	12000	10500	4500
brzoskwinie LHS	15000	5,333333333	15000	9000	9000
cukier LHS	18000	0	25000	1E+30	7000

Pytania dotyczące interpretacji wyników zawartych w raporcie stanowią treść zadania 6.1.