

My postaramy się wykazać, że gdy siedząca przy klawiaturze komputera mała wystarczająco długo będzie stukać w klawisze, to w powstałym ciągu znaków pojawi się tekst wszystkich dzieł Józefa Ignacego Kraszewskiego.

Wprowadźmy zatem odpowiednie oznaczenia i przystąpmy do pracy. Niech na klawiaturze dostępnych będzie K znaków. Oczywiście, prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że znak o numerze j , pokryje się ze znakiem stojącym na j -tej pozycji w ciągu znaków dzieł Kraszewskiego, wynosi $\frac{1}{K}$. Wszystkie dzieła Kraszewskiego tworzą ciąg o liczbie znaków Kr . Ciągi znaków, które powstają dzięki małej, podzielmy na kawałki Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots . Każdy z nich niech składa się z Kr znaków. Prawdopodobieństwo, że ciąg Kr_1 pokryje się z ciągiem znaków wszystkich dzieł Kraszewskiego, wynosi $\left(\frac{1}{K}\right)^{Kr}$. Prawdopodobieństwo, że ciąg znaków Kr_1 nie pokryje się z ciągiem znaków odpowiadającym dziełom Kraszewskiego, wynosi: $1 - \left(\frac{1}{K}\right)^{Kr}$.

Weźmy teraz pod uwagę Z kolejnych ciągów znaków $Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots, Kr_Z$ powstałych przez naciskanie klawiszy komputera przez małą. Znaki te powstają w sposób niezależny. Zatem prawdopodobieństwo, że w łańcuchu Z kolejnych ciągów $Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots, Kr_Z$ żaden z nich nie będzie odpowiadał dziełom Kraszewskiego, wynosi

$$\left(1 - \left(\frac{1}{K}\right)^{Kr}\right)^Z.$$

Prawdopodobieństwo, że choć jeden z ciągów $Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots, Kr_Z$ pokryje się z dziełami Kraszewskiego, wynosi

$$1 - \left(1 - \left(\frac{1}{K}\right)^{Kr}\right)^Z.$$

Przyjmując, że mała siedzi przy klawiaturze, produkując znaki wystarczająco długo, otrzymujemy, że ciąg znaków dąży do nieskończoności i wobec tego mamy:

Prawdopodobieństwo, że choć jeden z ciągów $Kr_1, Kr_2, Kr_3, \dots, Kr_Z$ pokryje się z dziełami Kraszewskiego, wynosi

$$\lim_{Z \rightarrow \infty} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{1}{K}\right)^{Kr}\right)^Z\right).$$

Z uwagi na fakt, że $K > 1$, powyższa granica wynosi 1.

Aby uwiarygodnić nasze obliczenia, przyjmijmy, że średnio książka składa się z 360 000 znaków (tak przyjmują wydawnictwa). Zatem zawartość wszystkich dzieł Kraszewskiego to w uproszczeniu ciąg $200 \cdot 360\,000 = 7,2 \cdot 10^7$ znaków. Przyjmijmy dalej, że na klawiaturze jest około 40 znaków do wyboru. Wtedy $K^{Kr} = 40^{7,2 \cdot 10^7} \approx 10^{11,52 \cdot 10^7}$. Z elementarnej teorii prawdopodobieństwa pamiętamy, że w przypadku schematu Bernoulliego (n – niezależnych prób, p – prawdopodobieństwo pojedynczego sukcesu) średnia liczba prób, jakie należy przeprowadzić do pojawienia się pierwszego sukcesu, wynosi $\frac{1}{p}$. Zatem należy wystukać $K^{Kr} = 40^{7,2 \cdot 10^7}$ łańcuchów ciągów znaków, aby pojawił się pierwszy ciąg odpowiadający dziełom Kraszewskiego. Odbędzie się to po wystukaniu $Kr \cdot K^{Kr} = 7,2 \cdot 10^7 \cdot 10^{11,52 \cdot 10^7} = 7,2 \cdot 10^{115200007}$ znaków.

Niech mała wystukuje około 1000 znaków na sekundę. Wówczas spodziewane dzieła Kraszewskiego stworzone przez małą ukażą się po $7,2 \cdot 10^{115200004}$ sekundach od chwili rozpoczęcia eksperymentu. Na rok składa się $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 31536000 \approx 10^{7,5}$ sekund.

Zatem pierwszy kompletny zbiór dzieł Kraszewskiego powstanie po $7,2 \cdot 10^{115199996,5}$ latach. Jak wiadomo, przyjmuje się wiek Ziemi na $4,6 \cdot 10^7$ lat. Zatem otrzymamy dzieła Kraszewskiego w skończonym czasie, tylko zapewne do tego momentu i mała zabraknie, i komputer się zepsuje.

Na zakończenie, nie bądźmy w stosunku do mały już tak wymagający. Zastanówmy się, jak długo czekaliibyśmy do chwili pojawienia się słowa MATEMATYKA – wypisanego przez małą. W tym przypadku $K^{Kr} = 40^{10} \approx 10^{16}$. Następnie $Kr \cdot K^{Kr} = 10 \cdot 10^{16} = 10^{17}$. Zakładając raz jeszcze, że szybko pisząca mała stawia 1000 znaków na sekundę, otrzymamy, że słowo MATEMATYKA pojawi się na ekranie komputera po 10^{14} sekundach, czyli po $10^{6,5}$ latach. Będziemy czekać niewiele krócej od wieku Ziemi.